藤田医科大学（前期）物理

2020年 1月23日実施

I

解答

問 1　棒に沿う方向：$T_1\cos\alpha = T_2\cos\beta - Mg\cos\theta$

AB に垂直な方向：$T_1\sin\alpha + T_2\sin\beta = Mg\sin\theta$

問 2　$-T_1\sin\alpha\cdot L + T_2\sin\beta\cdot L = 0$

問 3　$\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{x}{3L-x}$

問 4　$T_1 = \dfrac{x}{2H}Mg$

問 5　θ は小さくなる。

理由：手を離した直後のひもの張力を T とすると，点 G の周りの力のモーメントの和は，

$$-T\sin\alpha\cdot L + T\sin\beta\cdot L < 0$$

となり，時計回りに回転させる力のモーメントが働くことが分かる。従って，θ は小さくなる。

解説

問 1　略

問 2　略

問 3　三角形 ABP に正弦定理を用いると $\dfrac{3L-x}{\sin\alpha} = \dfrac{x}{\sin\beta}$。これを解いて $\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \dfrac{x}{3L-x}$。

また問 2 より $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$。よって $\dfrac{T_1}{T_2} = \boldsymbol{\dfrac{x}{3L-x}}$ となる。

問 4　問 1 の AB に垂直な方向の力のつり合いの式は，

$$T_1\sin\alpha + T_2\sin\beta = Mg\sin\theta$$

となる。この式の両辺を $\sin\alpha$ で割ると，

$$T_1 + T_2\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = Mg\frac{\sin\theta}{\sin\alpha} \qquad \cdots\cdots ①$$

となる。一方，三角形 APG に正弦定理を適用すると $\dfrac{x}{\sin\theta} = \dfrac{H}{\sin\alpha}$ から $\dfrac{\sin\theta}{\sin\alpha} = \dfrac{x}{H}$ と求まる。これと

$T_2 = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}T_1$（$\because$ 問 3）を ①式に代入して整理すると $T_1 = \boldsymbol{\dfrac{x}{2H}Mg}$ と求まる。

問 5　手をはなした直後に張力は $T_1 = T_2 = T$ となる。この時，反時計回りを正として点 G まわりの力のモーメントを考えると，

$$L(-T\sin\alpha + T\sin\beta) = TL(-\sin\alpha + \sin\beta) = TL\left(-\sin\alpha + \frac{x}{3L-x}\sin\alpha\right) = TL\sin\alpha\cdot\frac{2x-3L}{3L-x} < 0$$

よって時計回りに回転し，θ は小さくなる。

II

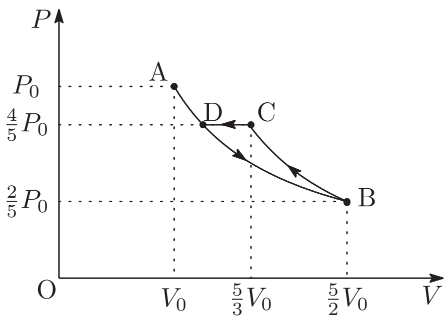
解答

問 1　圧力：$P_{\rm B} = \dfrac{2}{5}P_0$，体積：$V_{\rm B} = \dfrac{5}{2}V_0$

問 2　体積：$V_{\rm C} = 5\cdot 2^{-\frac{8}{5}}V_0$，温度：$T_{\rm C} = 2^{\frac{2}{5}}T_0$

問 3　$\varDelta U_{\rm AB} = \dfrac{3}{2}(2^{\frac{2}{5}}-1)P_0V_0$，増加する

問 4　右図



解説

問 1　状態 B における気体の圧力を $P_{\rm B}$，体積を $V_{\rm B}$ とすると，ピストンについての力のつり合いより，

$$P_{\rm B}S + 3Mg = P_0S \quad \therefore P_{\rm B} = P_0 - \frac{3Mg}{S} = P_0 - \frac{3}{5}P_0 = \boldsymbol{\frac{2}{5}P_0}$$

また，ボイルの法則より，$P_0V_0 = \dfrac{2}{5}P_0V_{\rm B} \quad \therefore V_{\rm B} = \boldsymbol{\dfrac{5}{2}V_0}$

問 2　状態 C における気体の圧力を $P_{\rm C}$，体積を $V_{\rm C}$，温度を $T_{\rm C}$ とすると，ピストンについての力のつり合いより，

$$P_{\rm C}S + Mg = P_0S \quad \therefore P_{\rm C} = P_0 - \frac{Mg}{S} = P_0 - \frac{1}{5}P_0 = \frac{4}{5}P_0$$

したがって，

$$P_{\rm B}(V_{\rm B})^{\frac{5}{3}} = P_{\rm C}(V_{\rm C})^{\frac{5}{3}} \Longleftrightarrow \frac{2}{5}P_0\left(\frac{5}{2}V_0\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}P_0(V_{\rm C})^{\frac{5}{3}} \quad \therefore V_{\rm C} = \boldsymbol{5\cdot 2^{-\frac{8}{5}}V_0}$$

また，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{P_{\rm C}V_{\rm C}}{T_{\rm C}} \quad \therefore T_{\rm C} = \frac{P_{\rm C}V_{\rm C}}{P_0V_0}T_0 = \frac{5}{4}\times 5\cdot 2^{-\frac{8}{5}}T_0 = \boldsymbol{2^{\frac{2}{5}}T_0}$$

問 3　$\varDelta U_{\rm BC} = \dfrac{3}{2}nR(T_{\rm C}-T_{\rm B}) = \dfrac{3}{2}(P_{\rm C}V_{\rm C}-P_{\rm B}V_{\rm B}) = \boldsymbol{\dfrac{3}{2}(2^{\frac{2}{5}}-1)P_0V_0}$

この値は正なので内部エネルギーは**増加する**。

問 4　$2^{\frac{5}{3}} \fallingdotseq 1.5$ を用いると，$V_{\rm C} = 5\cdot 2^{-\frac{8}{5}}V_0 \fallingdotseq \dfrac{5}{3}V_0$ となる。等温過程より断熱過程の方が急勾配であることに注意すると，上図のようになる。

Ⅲ

解答

問 1　磁場の向き：裏→表の向き，電場の向き：x 軸の負の向き

問 2　荷電粒子の速さ：$\dfrac{E}{B}$

問 3　円運動の半径：$\dfrac{mE}{qB^2}$，$\mathrm{S_2}$ を通過してから B に衝突するまでの時間：$\dfrac{\pi m}{qB}$

問 4　$T_1 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{ma}{qE_0}}$，$B_1 = \sqrt{\dfrac{mE_0}{qa}}$

問 5　B_2 は B_1 の $\sqrt{3}$ 倍，$\mathrm{S_2}$ を通過してから $\mathrm{S_3}$ に達するまでにかかる時間は T_1 の $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ 倍

問 6　E_1 は E_0 の 3 倍

解説

問 1　磁場の向きは領域 2 でのローレンツ力の向きから，電場の向きは領域 1 でのローレンツ力とクーロン力の力のつり合いから決まる。

問 2　領域 1 でのローレンツとクーロン力のつり合いより，$qvB = qE$。従って，$v = \boldsymbol{\dfrac{E}{B}}$

問 3　領域 2 での円運動の半径を r とおくと，運動方程式より，

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

したがって，$r = \dfrac{mv}{qB} = \boldsymbol{\dfrac{mE}{qB^2}}$。

また，荷電粒子は半円を描いて壁 B に衝突するので，求める時間は周期 T の半分。

したがって，$\dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi r}{v} = \boldsymbol{\dfrac{\pi m}{qB}}$

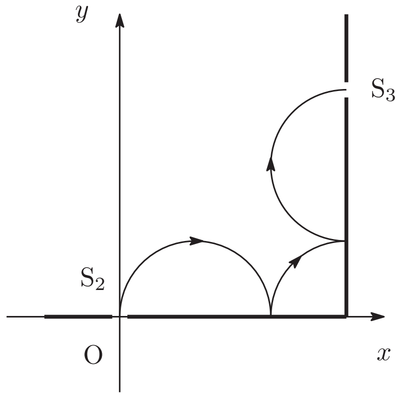
問 4　荷電粒子は $r = a$ となるとき検出されるので，$a = \dfrac{mE_0}{q{B_1}^2}$。

したがって，$B_1 = \boldsymbol{\sqrt{\dfrac{mE_0}{qa}}}$。

また，$\mathrm{S_2}$ から $\mathrm{S_3}$ まで，半径 a の 4 分円上を移動するので，かかる時間 T_1 は，

$$T_1 = \frac{T}{4} = \frac{\pi m}{2qB_1} = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{ma}{qE_0}}}$$

となる。



問 5 B_2 の場合に粒子が領域 2 で描く軌道は右図のような半径 $\dfrac{a}{3}$ のいくつかの円に沿って動く。したがって，B_2 は問 4 の B_1 の式において $a \to \dfrac{a}{3}$ とすれば得られるので，$B_2 = \sqrt{\dfrac{mE_0}{q\frac{a}{3}}} = \sqrt{3}B_1$。したがって，$B_2$ は B_1 の $\boldsymbol{\sqrt{3}}$ **倍**。

このとき，粒子の速さは，$v_2 = \dfrac{E_0}{B_2}$ となる。右図より，粒子は半径 $\dfrac{a}{3}$ の円周の $\dfrac{5}{4}$ 倍の距離を移動するので，求める時間は，

$$\frac{2\pi\frac{a}{3}}{v_2} \times \frac{5}{4} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}\sqrt{\frac{ma}{qE_0}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}T_1$$

したがって，$\boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{3}}{3}}$ **倍**。

問 6 電場の強さが E_1 のときは，問 4 と同じく半径 a の円軌道を描くようになるので問 3 より，

$$a = \frac{mE_1}{q{B_2}^2}$$

よって，

$$E_1 = \frac{aq{B_2}^2}{m} = 3\frac{q{B_1}^2}{m} = 3E_0$$

以上より，E_1 は E_0 の **3 倍**。

Ⅳ

解答

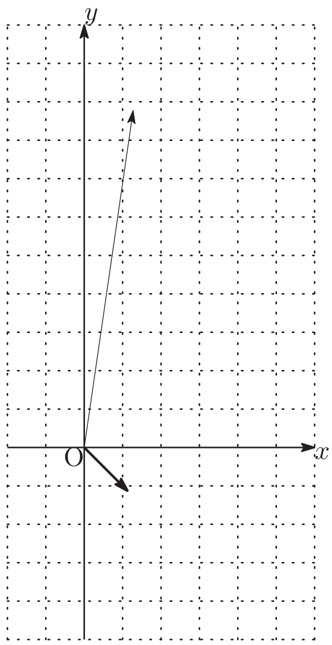
問 1　P の質量を M，衝突後の P の速度を V とおく。x 軸方向と y 軸方向の運動量保存則を考えると $mv_0 = mv_1\cos\theta + MV\cos\phi$，$0 = mv_1\sin\theta - MV\sin\phi$ である。これらから MV を消去すると $\tan\phi = \dfrac{v_1\sin\theta}{v_0 - v_1\cos\theta}$

問 2　$\dfrac{{v_0}^2 - 2v_0v_1\cos\theta + {v_1}^2}{{v_0}^2 - {v_1}^2}$

問 3　（エ）45°

問 4　8.2 倍

問 5　右図



解説

問 1　P の質量を M，衝突後の P の速さを V とおく。x 軸方向と y 軸方向の運動量保存則を考えると

$$mv_0 = mv_1\cos\theta + MV\cos\phi \quad \cdots\cdots ①$$

$$0 = mv_1\sin\theta - MV\sin\phi \quad \cdots\cdots ②$$

である。これらから MV を消去すると

$$\tan\phi = \boldsymbol{\frac{v_1\sin\theta}{v_0 - v_1\cos\theta}} \quad \cdots\cdots ③$$

問 2　弾性衝突であることより，力学的エネルギー保存則の式

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad \cdots\cdots ④$$

が成り立つ。①式より $V = \dfrac{mv_0 - mv_1\cos\theta}{M\cos\phi}$ である。これを④式に代入して整理すると，

$$\frac{M}{m} = \boldsymbol{\frac{{v_0}^2 - 2v_0v_1\cos\theta + {v_1}^2}{{v_0}^2 - {v_1}^2}} \quad \cdots\cdots ⑤$$

問 3　③式において $\sin\theta \fallingdotseq 1$，$v_1 = \dfrac{9}{10}v_0$ として整理すると $\tan\phi \fallingdotseq 1$ となるため，$\phi \fallingdotseq \mathbf{45^\circ}$

問 4　⑤式において $v_1 = \dfrac{9}{10}v_0$，$\cos\theta = 0.14$ として整理すると $\dfrac{M}{m} = \mathbf{8.2}$（倍）

問 5　②式より $V = \dfrac{v_0 - v_1\cos\theta}{\frac{M}{m}\cos\phi}$ である。$v_1 = \dfrac{9}{10}v_0$，$\cos\theta = 0.14$，$\dfrac{M}{m} = 8.2$，$\cos\phi \fallingdotseq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ として整理すると $V \fallingdotseq 0.15v_0$ となる。よって P の速度ベクトルは上図のようになる。

講評

Ⅰ［**力学：剛体のつりあい**］（標準）剛体のつり合いの基本的な問題。丁寧な誘導がついているのでうまく解けた受験者も多かっただろう。問 5 は力のモーメントの正負で回転方向を決めることができる。今年の藤田の大問の中では比較的解きやすいのでできれば完答したい。

Ⅱ［**熱：気体の状態変化**］（標準）気体の状態変化の標準的な問題。問 2 でポアソンの関係式が出てくるので，ここを乗り切れるかどうかで差がつくだろう。他の問題のことを考えると完答したい。

Ⅲ［**電磁気：電場・磁場中の荷電粒子の運動**］（やや難）問 1～問 3 は質量分析器の標準的問題だが，問 4 以降，特に問 5 は状況を把握するのが難しく，計算も繁雑になりやすい。最後まで解ききるのは難しいだろう。限られた時間の中で解く必要があることを考えると問 3 か 4 まで解いて他の問題に移った方が良い。

Ⅳ［**力学：平面上での 2 物体の完全弾性衝突**］（やや難）運動量保存則の式と力学的エネルギー保存則の式を用いる問題で，扱う現象は入試において典型的なものである。ただ，解答の過程でやや繁雑な数値計算や近似を行う必要があり，どこまでの精度が求められているのか戸惑った受験者も多かったのではないかと考えられる

総評

総じて昨年度前期よりも難化している。大問 1，2 は標準的なので，できれば完答したい。大問 3，4 は半分程度取れれば十分だろう。目標は，60%