医学部進学予備校 メビオ × 医学部専門予備校 YMS heart of medicine　医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

東海大学医学部　物理

2021年 2月2日実施

1

解答

(1) $\dfrac{1}{2}MgL(\cos\theta-\sin\theta)$　(2) $\dfrac{1}{2}Mg\left(\dfrac{1}{\tan\theta}-1\right)$　(3) $L\tan\theta$

(4) $mg\left(\dfrac{x}{L\tan\theta}-1\right)$　(5) $\left\{\dfrac{3}{2}+\left(1-\dfrac{1}{2\tan\theta}\right)\dfrac{M}{m}\right\}L\tan\theta$

解説

(1) 点 A まわりの物体の重力によるモーメントは反時計回りであり，重力を正方形の辺に沿った成分に分けて計算すると，その大きさは $\boldsymbol{\dfrac{1}{2}MgL(\cos\theta-\sin\theta)}$ となる。

(2) 求める摩擦力の大きさを f，物体が点 B から受ける抗力の大きさを R_0 とすれば，水平方向の力のつり合い式は，

$$f=R_0$$

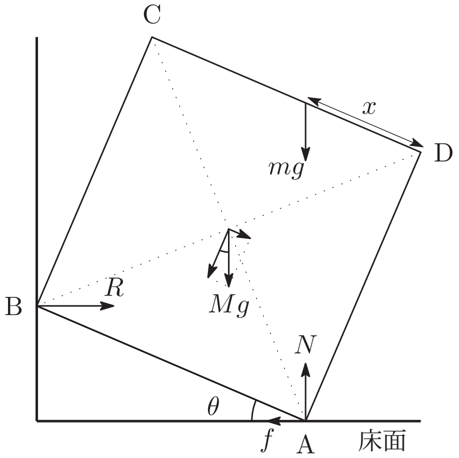
となる。また，点 A まわりのモーメントのつり合い式は，

$$\frac{1}{2}MgL(\cos\theta-\sin\theta)=R_0L\sin\theta$$

となる。これを解いて，$f=R_0=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}Mg\left(\dfrac{1}{\tan\theta}-1\right)}$

＜次頁につづく＞

(3) 題意より，物体が点 B から受ける抗力の大きさが小物体を取り付ける前と同じであるので，点 A まわりの小物体の重力によるモーメントがゼロでなければならない。そのためには，小物体の重力の作用線が点 A を通る必要がある。そのときの x を x_0 とすれば，点 A と小物体を結ぶ線分が鉛直線になり，辺 AD と鉛直線のなす角が θ であるので，$x_0 = \boldsymbol{L\tan\theta}$。



(4) 点 A まわりの小物体の重力によるモーメントは反時計回りであり，点 A まわりのモーメントのつり合い式は，

$$\frac{1}{2}MgL(\cos\theta - \sin\theta) + mg(x - x_0)\cos\theta = RL\sin\theta$$

となる。これより $R = \dfrac{1}{2}Mg\left(\dfrac{1}{\tan\theta} - 1\right) + mg\left(\dfrac{x}{L\tan\theta} - 1\right)$。したがって $R - R_0 = \boldsymbol{mg\left(\dfrac{x}{L\tan\theta} - 1\right)}$

(5) 鉛直方向の力のつり合いから，点 A で物体が床から受ける垂直抗力 N は $N = (M+m)g$ である。水平方向の力のつり合いから，$f = R$ である。求める最大の x のときは，摩擦力 f が最大摩擦力 $\mu N = \dfrac{1}{2}(M+m)g$ に等しくなるときなので，

$$\frac{1}{2}Mg\left(\frac{1}{\tan\theta} - 1\right) + mg\left(\frac{x}{L\tan\theta} - 1\right) = \frac{1}{2}(M+m)g$$

これを解いて，$x = \boldsymbol{\left\{\dfrac{3}{2} + \left(1 - \dfrac{1}{2\tan\theta}\right)\dfrac{M}{m}\right\}L\tan\theta}$

＜次頁につづく＞

2 解答

(1) $\dfrac{1}{L}\sqrt{\dfrac{MgR}{v_{\mathrm{f}}}}$　(2) $\sqrt{\dfrac{Mgv_{\mathrm{f}}}{R}}$　(3) $-\dfrac{g}{v_{\mathrm{f}}}$

(4) $\dfrac{gL}{v_{\mathrm{f}}}$　(5) $\dfrac{MgL}{2v_{\mathrm{f}}}\left(2v_0-\dfrac{gL}{v_{\mathrm{f}}}\right)$

解説

(1) 求める磁束密度の大きさを B とする。回路が速さ v_{f} で落下しているとき，回路に生じる起電力は $V=v_{\mathrm{f}}BL$，誘導電流は $I=\dfrac{v_{\mathrm{f}}BL}{R}$ である。回路が等速で落下しているので力のつり合いから $Mg=IBL$，これを解いて

$B=\boldsymbol{\dfrac{1}{L}\sqrt{\dfrac{MgR}{v_{\mathrm{f}}}}}$〔T〕

(2) (1) で述べた力のつり合い $Mg=IBL$ から，$I=\dfrac{Mg}{BL}=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{Mgv_{\mathrm{f}}}{R}}}$〔A〕

(3) 微小時間を Δt として，$\Delta z=v\Delta t$ であることに注意すると，力積の法則より，

$$M\Delta v=-\frac{v(BL)^2}{R}\Delta t=-\frac{Mg}{v_{\mathrm{f}}}\Delta z$$

したがって，$\Delta v=\boldsymbol{-\dfrac{g}{v_{\mathrm{f}}}}\Delta z$

(4) (3) の結果から $v=-\dfrac{g}{v_{\mathrm{f}}}z+v_0$ となる。$z=L$ において $v\geqq 0$ であればよいので，$v_0\geqq\boldsymbol{\dfrac{gL}{v_{\mathrm{f}}}}$

(5) 発生するジュール熱 Q は運動エネルギーの減少量に等しいので，

$$Q=\frac{1}{2}M{v_0}^2-\frac{1}{2}M\left(-\frac{g}{v_{\mathrm{f}}}L+v_0\right)^2$$
$$=\boldsymbol{\frac{MgL}{2v_{\mathrm{f}}}\left(2v_0-\frac{gL}{v_{\mathrm{f}}}\right)}\text{〔J〕}$$

＜次頁につづく＞

3 解答

(1) ウ　(2) ア　(3) イ　(4) オ　(5) エ　(6) イ

解説

以下では，状態変化 X→Y において気体が吸収する熱量を $Q_{\mathrm{X\to Y}}$，気体の内部エネルギーの変化を $\varDelta U_{\mathrm{X\to Y}}$，気体が外部にする仕事を $W_{\mathrm{X\to Y}}$ と表す。

(1) B→C は断熱変化なので熱力学第一法則より

$$0 = \varDelta U_{\mathrm{B\to C}} + W_{\mathrm{B\to C}}$$

が成り立つ。状態 B の内部エネルギーは $\dfrac{3}{2}RT_2$，状態 C の内部エネルギーは $\dfrac{3}{2}RT_1$ であるから，

$$\varDelta U_{\mathrm{B\to C}} = -\frac{3R(T_2-T_1)}{2}$$

である。よって

$$W_{\mathrm{B\to C}} = \textbf{ウ.}\ \boldsymbol{\frac{3R(T_2-T_1)}{2}}$$

(2) (1) と同様に考えて

$$W_{\mathrm{D\to A}} = -\frac{3R(T_2-T_1)}{2}$$

であるから，$W_{\mathrm{B\to C}} + W_{\mathrm{D\to A}} = 0$ である。また，問題文より

$$W_{\mathrm{A\to B}} = RT_2 \log_e (V_{\mathrm{B}}/V_{\mathrm{A}})$$

$$W_{\mathrm{C\to D}} = -RT_1 \log_e (V_{\mathrm{C}}/V_{\mathrm{D}})$$

である。ここで A → B と C → D に関係式 $TV^{\gamma-1} = TV^{2/3} = $ 一定 を用いると，

$$T_2{V_{\mathrm{B}}}^{2/3} = T_1{V_{\mathrm{C}}}^{2/3}$$

$$T_1{V_{\mathrm{D}}}^{2/3} = T_2{V_{\mathrm{A}}}^{2/3}$$

となることから，

$$\frac{V_{\mathrm{C}}}{V_{\mathrm{D}}} = \frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}$$

が得られる。よって

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{A\to B}} + W_{\mathrm{C\to D}} &= RT_2 \log_e\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - RT_1 \log_e\left(\frac{V_{\mathrm{C}}}{V_{\mathrm{D}}}\right) \\ &= RT_2 \log_e\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) - RT_1 \log_e\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right) \\ &= \textbf{ア.}\ \boldsymbol{R(T_2-T_1)\log_e\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right)} \end{aligned}$$

＜次頁につづく＞

(3) $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ が等温変化であることと熱力学第一法則より，1 サイクルで気体が吸収する熱量は $W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}$ に等しく $RT_2 \log_e \left(\dfrac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)$ である。これと (2) の結果より，熱効率は

$$\frac{R(T_2 - T_1)\log_e \left(\dfrac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)}{RT_2 \log_e \left(\dfrac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)} = \textbf{イ. } \boldsymbol{1 - \frac{T_1}{T_2}}$$

(4) 正味の仕事の比より，

$$R(T_2 - T_1)\log_e \left(\frac{V_{\mathrm{B}'}}{V_\mathrm{A}}\right) = 2R(T_2 - T_1)\log_e \left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)$$

である。これを $V_{\mathrm{B}'}$ について解くと

$$V_{\mathrm{B}'} = \textbf{オ. } \boldsymbol{\frac{{V_\mathrm{B}}^2}{V_\mathrm{A}}}$$

(5) B' での圧力を $P_{\mathrm{B}'}$ とする。$\mathrm{A} \to \mathrm{B}'$ は等温変化なので，ボイルの法則より

$$P_\mathrm{A} V_\mathrm{A} = P_{\mathrm{B}'} V_{\mathrm{B}'}$$

が成り立つ。これと (4) の結果より

$$P_{\mathrm{B}'} = \textbf{エ. } \boldsymbol{P_\mathrm{A} \left(\frac{V_\mathrm{A}}{V_\mathrm{B}}\right)^2}$$

(6) $\mathrm{B}' \to \mathrm{C}'$ に関係式 $TV^{2/3} = $ 一定 を用いると，

$$T_2 {V_{\mathrm{B}'}}^{2/3} = T_1 {V_{\mathrm{C}'}}^{2/3}$$

が成り立つ。これと (4) の結果より

$$V_{\mathrm{C}'} = \textbf{イ. } \boldsymbol{\frac{{V_\mathrm{B}}^2}{V_\mathrm{A}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2}}$$

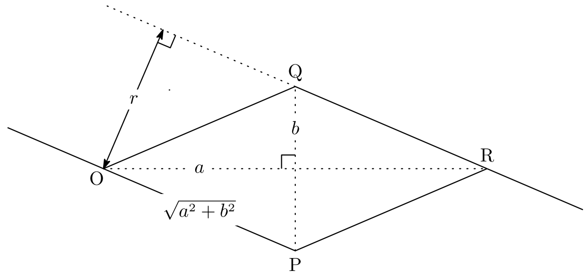
<次頁につづく>

4 解答

(1) エ　(2) カ　(3) イ　(4) ア　(5) ウ

解説

以下，右図に示した点 O，P，Q，R を用いる。



(1) 線分 OP と線分 QR の距離を r とする。三角形 OPQ の面積に注目すると，$ab=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{OP}}\cdot r$

$\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{QR}}=\sqrt{a^2+b^2}$ なので，$r=\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

求める高さ $H=r\sin\phi=$ **エ.** $\boldsymbol{\dfrac{2ab\sin\phi}{\sqrt{a^2+b^2}}}$

(2) 波長 λ_0 を持つ中性子の運動エネルギーは，

$\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{(mv)^2}{2m}=\dfrac{1}{2m}\left(\dfrac{h}{\lambda_0}\right)^2$

求める波長を λ とすると，この中性子の運動エネルギーは同様に $\dfrac{1}{2m}\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2$

力学的エネルギー保存則より，前問の H を用いて，

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2+0=\frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2+mgH$$

H を代入して，この式を解くと，$\lambda=$ **カ.** $\boldsymbol{\dfrac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{4m^2gab\lambda_0^2\sin\phi}{h^2\sqrt{a^2+b^2}}}}}$

(3) 位相差の大きさ $\varDelta\theta=2\pi\left(\dfrac{\overline{\mathrm{OP}}}{\lambda_0}-\dfrac{\overline{\mathrm{QR}}}{\lambda}\right)=2\pi\sqrt{a^2+b^2}\left(\dfrac{1}{\lambda_0}-\dfrac{1}{\lambda}\right)$

この式に $\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{1}{\lambda_0}\left(1-\dfrac{4m^2gab\lambda_0^2\sin\phi}{h^2\sqrt{a^2+b^2}}\right)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq\dfrac{1}{\lambda_0}\left(1-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4m^2gab\lambda_0^2\sin\phi}{h^2\sqrt{a^2+b^2}}\right)$ を代入する。

$$\varDelta\theta=\textbf{イ.}\ \boldsymbol{\frac{4\pi m^2gab\lambda_0\sin\phi}{h^2}}$$

(4) $\phi=\phi_1$ のとき $\varDelta\theta=\pi$ なので，$\sin\phi_1=$ **ア.** $\boldsymbol{\dfrac{h^2}{4m^2gab\lambda_0}}$

(5) 位相差 $\varDelta\theta$ が 2π の整数倍になるときに中性子ビームの強さは最大値をとる。ϕ が 0 から $\dfrac{\pi}{2}$ まで変化するとき，$\sin\phi$ は 0 から 1 まで変化するので，$\phi=0$ で最大値をとるときを合わせた最大値をとる回数は，

$$\left\lfloor\frac{1}{2\pi}\frac{4\pi m^2gab\lambda_0\sin\frac{\pi}{2}}{h^2}\right\rfloor+1=\textbf{ウ.}\ \boldsymbol{\left\lfloor\frac{2m^2gab\lambda_0}{h^2}\right\rfloor+1}$$

＜次頁につづく＞

講評

1 [力学：剛体のつりあい]（標準）

正方形の剛体のつり合いの問題。図を丁寧に描き，モーメントを正確に記述できるかがポイントになる。

2 [電磁気：磁場中を落下するコイルに生じる誘導起電力]（標準）

問題の設定は標準的なものであるが，(1) で求めた磁束密度の値をその後の問ですべて代入しなければならないなど，作業に慎重さが求められる。

3 [熱：カルノーサイクル]（標準）

熱サイクルの標準的な問題である。誘導が丁寧で解きやすい。後半がやや難しいが選択肢もあるので完答することは可能。

4 ［原子：中性子干渉計］（やや難）

中性子ビームのビーム分離器を利用した量子干渉実験。(1) の幾何学的な関係の問でミスをすると，その後の問題で雪崩式に失点してしまう。その後の問は難しくはないが，文字数が多いので書き写しミスに注意したい。

総じて，昨年度より少し難化。合格のためには，3は完答，1，2，4は部分点を稼ぎ，65% を目標としたい。