解答速報

大阪医科薬科大学（前期）　数学

2023年2月10日実施

〔1〕 座標平面上で，放物線 $C: y=x^2$ 上の異なる 2 点 $\mathrm{A}(a,\ a^2)$ と $\mathrm{B}(b,\ b^2)$ における 2 本の法線の交点を P とし，点 B を点 A に限りなく近づけたときに点 P が近づく点を Q とする。

(1) 放物線 C の点 A における法線の方程式を求めよ。

(2) Q の座標を a を用いて表せ。

(3) a が $-1 \leqq a \leqq 1$ の範囲を動くとき，点 Q が描く曲線の長さを求めよ。

解答

(1) $y=x^2$ より $y'=2x$ であるから， $a \fallingdotseq 0$ のとき点 A における法線の方程式は

$$y=-\frac{1}{2a}(x-a)+a^2=-\frac{1}{2a}x+a^2+\frac{1}{2} \iff x+2ay=2a^3+a \cdots ①$$

である．$a=0$ のときは法線の方程式は明らかに $x=0$ であるが，これは ① において $a=0$ を代入したものと一致する．以上により，求める法線の方程式は $\boldsymbol{x+2ay=2a^3+a}$ である．

(2) A, B における法線の方程式はそれぞれ

$$\begin{cases} x+2ay=2a^3+a \\ x+2by=2b^3+b \end{cases}$$

であるから，この連立方程式を解いて交点 P の座標は

$$\mathrm{P}\left(-2ab(a+b),\ a^2+b^2+ab+\frac{1}{2}\right)$$

である．ここで，

$$\lim_{b\to a}\{-2ab(a+b)\}=-4a^3$$
$$\lim_{b\to a}\left(a^2+b^2+ab+\frac{1}{2}\right)=3a^2+\frac{1}{2}$$

であるから

$$\boldsymbol{\mathrm{Q}\left(-4a^3,\ 3a^2+\frac{1}{2}\right)}$$

となる．

(3) $x=-4a^3$, $y=3a^2+\dfrac{1}{2}$ であるから，求める曲線の長さは

$$\int_{-1}^{1}\sqrt{\left(\frac{dx}{da}\right)^2+\left(\frac{dy}{da}\right)^2}\,da$$

$$
\begin{aligned}
&= \int_{-1}^{1} \sqrt{(-12a^2)^2+(6a)^2}\,da \\
&= 12\int_{0}^{1} a\sqrt{4a^2+1}\,da \cdots ① \\
&= \Big[(4a^2+1)^{\frac{3}{2}}\Big]_0^1 \\
&= \mathbf{5\sqrt{5}-1}
\end{aligned}
$$

である.

注釈

① において $\sqrt{4a^2+1}=t$ とおくと，$4a^2+1=t^2$ より

$$8ada = 2tdt \iff ada = \frac{1}{4}tdt$$

a	$0 \to 1$
t	$1 \to \sqrt{5}$

であるから，

$$
\begin{aligned}
① &= 12\int_{1}^{\sqrt{5}} t\cdot\frac{1}{4}t\,dt \\
&= 3\int_{1}^{\sqrt{5}} t^2\,dt \\
&= \Big[t^3\Big]_1^{\sqrt{5}} \\
&= \mathbf{5\sqrt{5}-1}
\end{aligned}
$$

としてもよい.

〔2〕 関数 $f(x) = e^x \sin(e^x)$ について，以下の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

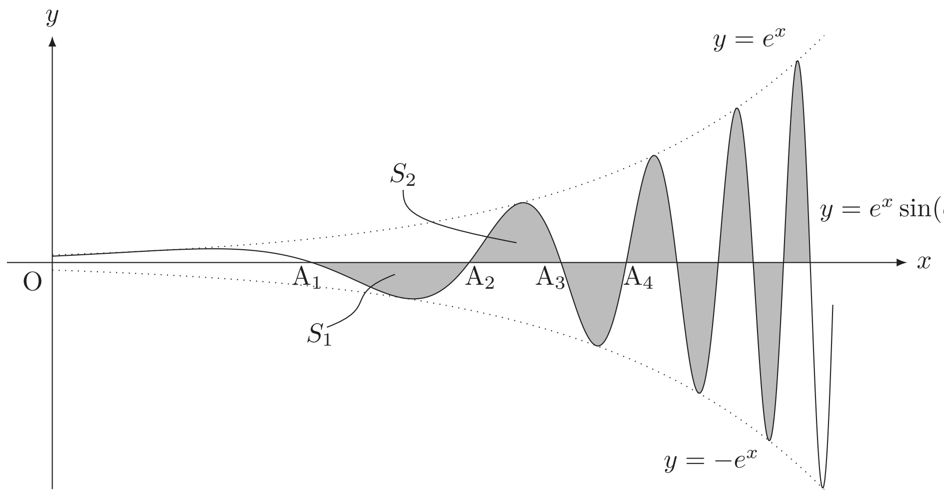
(1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸との共有点を，x 座標の小さい方から順に A_1，A_2，A_3，$\cdots\cdots$ とし，A_n $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ の x 座標を a_n とする。また，線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を S_n とする。a_n と S_n を求めよ。

(2) A_n における曲線 $y = f(x)$ の接線と x 軸，y 軸で囲まれた図形の面積を T_n とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{T_{n+1}}{T_n}$ を求めよ。

(3) $a_n < x < a_{n+1}$ における曲線 $y = |f(x)|$ と曲線 $y = e^x$ との共有点を B_n とし，$\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_n$ の面積を U_n とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} U_n$ を求めよ。

解答

(1)



$f(x) = 0$ を解くと，

$$e^x = k\pi \iff x = \log(k\pi)\ (k \text{ は自然数})$$

よって，$a_n = \boldsymbol{\log(n\pi)}$ であるので，

$$\begin{aligned} S_n &= \int_{a_n}^{a_{n+1}} |e^x \sin(e^x)| dx \\ &= \int_{\log(n\pi)}^{\log\{(n+1)\pi\}} e^x |\sin(e^x)| dx \cdots ① \end{aligned}$$

と表される.

$e^x = t$ とおくと，$e^x dx = dt$ であり，

x	$\log(n\pi) \to \log\{(n+1)\pi\}$
t	$n\pi \to (n+1)\pi$

よって ① より，

$$\begin{aligned} S_n &= \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} |\sin t| dt \\ &= \int_0^{\pi} \sin t dt = \Big[-\cos t\Big]_0^{\pi} = \mathbf{2} \end{aligned}$$

(2) $f'(x) = e^x \sin(e^x) + e^{2x}\cos(e^x)$ より，

$$f'(a_n) = f'(\log(n\pi)) = n^2\pi^2 \cos(n\pi) = n^2\pi^2(-1)^n$$

よって A_n における接線の方程式は

$$y = n^2\pi^2(-1)^n\{x - \log(n\pi)\}$$

となり，y 切片は $n^2\pi^2(-1)^{n+1}\log(n\pi)$ である．
したがって，

$$\begin{aligned} T_n &= \frac{1}{2}\cdot\log(n\pi)\cdot n^2\pi^2\log(n\pi) \\ &= \frac{1}{2}n^2\pi^2\{\log(n\pi)\}^2 \end{aligned}$$

となるので，

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty}\frac{T_{n+1}}{T_n} &= \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}(n+1)^2\pi^2\{\log(n+1)\pi\}^2}{\frac{1}{2}n^2\pi^2\{\log(n\pi)\}^2} \\ &= \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{n+1}{n}\cdot\frac{\log(n+1)\pi}{\log(n\pi)}\right\}^2 \\ &= \lim_{n\to\infty}\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{\log n + \log\left(\pi+\frac{\pi}{n}\right)}{\log n + \log\pi}\right\}^2 \\ &= \lim_{n\to\infty}\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{1+\frac{\log\left(\pi+\frac{\pi}{n}\right)}{\log n}}{1+\frac{\log\pi}{\log n}}\right\}^2 = \mathbf{1} \end{aligned}$$

(3)　$|e^x\sin(e^x)| = e^x$ を解くと，

$$\begin{aligned} |\sin(e^x)| = 1 &\iff e^x = \left(l+\frac{1}{2}\right)\pi \\ &\iff x = \log\left\{\left(l+\frac{1}{2}\right)\pi\right\}\ (l \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}) \end{aligned}$$

このとき，B_n の x 座標は $\log\left\{\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\right\}$ となるので y 座標は $\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$ となり，線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}$ の長さは

$$\log\{(n+1)\pi\} - \log(n\pi) = \log\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

と表される．よって，

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty}U_n &= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\cdot\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\cdot\log\left(1+\frac{1}{n}\right) \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{1}{2n}\right)\log\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

的中!!

2/6〜9 大阪医科薬科大学攻略講座・直前授業

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\log(n+1)}{\log n} = 1$ を証明せよ．

〔3〕 以下の問いに答えよ。

(1) n を 2 以上の整数とする。実数係数の n 次方程式 $f(x)=0$ が虚数解 α をもつならば，α の共役複素数 $\overline{\alpha}$ も $f(x)=0$ の解であることを示せ。

(2) n を正の整数とする。
半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $\mathrm{A_0A_1A_2}\cdots\cdots\mathrm{A}_{2n-1}\mathrm{A}_{2n}$ について，
n 個の線分の長さの積 $\mathrm{A_0A_1}\times\mathrm{A_0A_2}\times\mathrm{A_0A_3}\times\cdots\cdots\times\mathrm{A_0A}_n$ を L とする。
複素数平面上で中心 O，半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $\mathrm{A_0A_1A_2}\cdots\cdots\mathrm{A}_{2n-1}\mathrm{A}_{2n}$ を考えることで，L を求めよ。

解答

(1) $g(x)=(x-\alpha)\left(x-\overline{\alpha}\right)=x^2-\left(\alpha+\overline{\alpha}\right)x+\alpha\overline{\alpha}$ とおく．$\alpha+\overline{\alpha},\ \alpha\overline{\alpha}$ は実数なので，$g(x)$ は実数係数の 2 次式である．$f(x)$ を $g(x)$ で割った商を $q(x)$, 余りを $ax+b$ とする．つまり

$$f(x)=g(x)q(x)+ax+b$$

とかくと，実数係数の多項式を実数係数の多項式で割っているので，$a,\ b$ も実数である．ここで

$$\alpha \text{ が } f(x)=0 \text{ の解} \iff f(\alpha)=0 \iff a\alpha+b=0$$

であるが，$a\fallingdotseq 0$ だと $\alpha=-\dfrac{b}{a}$ より α が実数になってしまい矛盾する．したがって $a=0$ であり，さらに $b=0$ も成り立つ．つまり $f(x)=g(x)q(x)$ である．これより $f\left(\overline{\alpha}\right)=0$ となるので $\overline{\alpha}$ も解である． (証明終)

別解

$a_k\ (k=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$ を実数として，$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots a_1x+a_0\ (a_n\fallingdotseq 0)$ とする．

$$\begin{aligned}
f(\alpha)=0 &\iff a_n\alpha^n+a_{n-1}\alpha^{n-1}+\cdots a_1\alpha+a_0=0\\
&\iff \overline{a_n\alpha^n+a_{n-1}\alpha^{n-1}+\cdots a_1\alpha+a_0}=\overline{0}\\
&\iff \overline{a_n\alpha^n}+\overline{a_{n-1}\alpha^{n-1}}+\cdots\overline{a_1\alpha}+\overline{a_0}=0\\
&\iff \overline{a_n}(\overline{\alpha})^n+\overline{a_{n-1}}(\overline{\alpha})^{n-1}+\cdots\overline{a_1}(\overline{\alpha})+\overline{a_0}=0\\
&\iff a_n(\overline{\alpha})^n+a_{n-1}(\overline{\alpha})^{n-1}+\cdots a_1(\overline{\alpha})+a_0=0 \quad (\because a_k\text{は実数})\\
&\iff f(\overline{\alpha})=0
\end{aligned}$$

であるから，$f(x)=0$ が虚数解 α をもつならば $\overline{\alpha}$ も解である． (証明終)

(2) $\alpha=\cos\dfrac{2\pi}{2n+1}+i\sin\dfrac{2\pi}{2n+1}$ とおく．複素数平面において $\mathrm{A}_k(\alpha^k)\ (k=0,\ 1,\ \cdots,\ 2n)$ とおくと $\mathrm{A_0A_1A_2}\cdots\cdots\mathrm{A}_{2n-1}\mathrm{A}_{2n}$ は半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形になっている．この設定で

$$\begin{aligned}
L&=\mathrm{A_0A_1}\times\mathrm{A_0A_2}\times\mathrm{A_0A_3}\times\cdots\cdots\times\mathrm{A_0A}_n\\
&=|\alpha-1|\times|\alpha^2-1|\times|\alpha^3-1|\times\cdots\times|\alpha^n-1|\\
&=\left|(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)\right|
\end{aligned}$$

であることがわかる．ここで $\overline{\alpha^k}=\alpha^{2n+1-k}$ であるから

$$\begin{aligned}
L^2&=\left|(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)\right|^2\\
&=\{(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)\}\{\overline{(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)}\}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= (1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)(1-\overline{\alpha})(1-\overline{\alpha^2})(1-\overline{\alpha^3})\cdots(1-\overline{\alpha^n}) \\
&= (1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)(1-\alpha^{2n})(1-\alpha^{2n-1})(1-\alpha^{2n-2})\cdots(1-\alpha^{n+1}) \\
&= (1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)\cdots(1-\alpha^n)(1-\alpha^{n+1})\cdots(1-\alpha^{2n}) \\
&= (1-\alpha)(1-\alpha^2)\cdots(1-\alpha^{2n})
\end{aligned}
$$

となる．ここで，$x^{2n+1}-1=0$ の解が $\{1,\ \alpha,\ \cdots,\ \alpha^{2n}\}$ であることから

$$x^{2n+1}-1=(x-1)(x-\alpha)(x-\alpha^2)\cdots(x-\alpha^{2n})$$

と因数分解される．$x-1$ で割ると

$$x^{2n}+x^{2n-1}+\cdots+x+1=(x-\alpha)(x-\alpha^2)\cdots(x-\alpha^{2n})$$

となり，$x=1$ を代入すると

$$2n+1=(1-\alpha)(1-\alpha^2)\cdots(1-\alpha^{2n})$$

を得る．したがって $L^2=2n+1$ となるので $L=\boldsymbol{\sqrt{2n+1}}$ である．

的中‼

2/1 対策授業

1 の 5 乗根を $z_0,\ z_1,\ z_2,\ z_3,\ z_4$ とする．ただし，$0 \leqq \arg z_0 < \arg z_1 < \arg z_2 < \arg z_3 < \arg z_4 < 2\pi$ である．

(2)　$f(z)=(z-z_0)(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$ とするとき $f(2)$ の値を求めよ．

〔4〕 1 から 3 までの数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが入っている箱と，頂点が反時計回りに A, B, C の順に並んでいる正三角形 ABC がある。箱から 1 枚のカードを取り出し，数字を確認してからもとに戻す。このとき，点 P を以下の＜規則＞にしたがって正三角形の頂点を移動させ，移動した頂点に応じて文字列を作る試行を行う。文字列は左から順に文字○，×を書くものとする。

＜規則＞

- 1 回目は次のようにする。
  1 の書かれたカードが取り出されたときは点 P を頂点 A におき，文字○を書く。
  2 の書かれたカードが取り出されたときは点 P を頂点 B におき，文字×を書く。
  3 の書かれたカードが取り出されたときは点 P を頂点 C におき，文字×を書く。
- 2 回目以降は次のようにする。
  k $(k=1,\ 2,\ 3)$ の書かれたカードが取り出されたとき，点 P がおいてある頂点から反時計回りに k 個先の正三角形の頂点に移動し，移動した頂点が A のときは既にある文字列の右側に○を，移動した頂点が A 以外のときは既にある文字列の右側に×を書く。

例えば，3 回の試行において取り出されたカードに書かれた数字が順に 1, 2, 3 のとき，点 P は $\mathrm{A} \to \mathrm{C} \to \mathrm{C}$ と移動し，得られる文字列は○××である。この試行を n $(n \geqq 2)$ 回繰り返したとき，文字列中に×が連続しない確率を p_n とする。

(1) p_2，p_3，p_4 を求めよ。

(2) p_n $(n \geqq 2)$ を求めよ。

解答

(1) 各試行後に文字○または文字×が書かれるという事象は各試行間で独立であり，各試行後において

- 文字○が書かれる確率は $\dfrac{1}{3}$
- 文字×が書かれる確率は $\dfrac{2}{3}$

である．

2 回の試行を繰り返して文字列中に×が連続しないのは，

- 1 回目に○
- 1 回目に×，かつ 2 回目に○

のいずれかなので，

$$p_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{5}{9}}$$

である．

3 回の試行を繰り返して文字列中に×が連続しないのは，

- 1 回目に○，かつ 2 回目と 3 回目に×が連続しない
- 1 回目に×，かつ 2 回目に○

のいずれかなので，

$$p_3 = \frac{1}{3}p_2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{11}{27}}$$

である．

4 回の試行を繰り返して文字列中に×が連続しないのは，

- 1 回目に○，かつ 2 回目から 4 回目までに×が連続しない
- 1 回目に×，かつ 2 回目に○，かつ 3 回目と 4 回目に×が連続しない

のいずれかなので，

$$p_4 = \frac{1}{3}p_3 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}p_2 = \mathbf{\frac{7}{27}}$$

である．

(2)　$n+2$ 回（$n \geqq 2$）の試行を繰り返して文字列中に×が連続しないのは，

- 1 回目に○，かつ 2 回目から $n+2$ 回目までに×が連続しない
- 1 回目に×，かつ 2 回目に○，3 回目から $n+2$ 回目までに×が連続しない

のいずれかなので，

$$\begin{aligned} p_{n+2} &= \frac{1}{3}p_{n+1} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}p_n \\ &= \frac{1}{3}p_{n+1} + \frac{2}{9}p_n \end{aligned}$$

である．

$$p_{n+2} + \frac{1}{3}p_{n+1} = \frac{2}{3}\left(p_{n+1} + \frac{1}{3}p_n\right)$$

より，

$$\begin{aligned} p_{n+1} + \frac{1}{3}p_n &= \left(p_3 + \frac{1}{3}p_2\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} \\ &= \frac{16}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} \\ &= 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \quad \cdots ① \end{aligned}$$

また，

$$p_{n+2} - \frac{2}{3}p_{n+1} = -\frac{1}{3}\left(p_{n+1} - \frac{2}{3}p_n\right)$$

より，

$$\begin{aligned} p_{n+1} - \frac{2}{3}p_n &= \left(p_3 - \frac{2}{3}p_2\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-2} \\ &= \frac{1}{27}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-2} \\ &= -\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1} \quad \cdots ② \end{aligned}$$

① − ② より，

$$p_n = \boldsymbol{2\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}}$$

〔5〕 n を正の整数とし，$n!$ を 9 進法で表したときに末尾に並ぶ 0 の個数を $f(n)$ で表す。例えば，$10! = 3628800 = 6740700_{(9)}$ より，$f(10) = 2$ である。

(1) $f(8)$ および $f(6789)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) k を 0 以上の整数とする。$f(n) = k$ のとき，$4k < n$ を示せ。

(3) $f(n) = 1000$ を満たす最小の n を求めよ。

解答

以下，N は 3 と互いに素な自然数とする．また，x を超えない最大の整数を $[x]$ と表すことにする．自然数 l が $l = 3^m N$ と表されるとき，l を 9 進法で表したときに末尾に並ぶ 0 の個数（すなわち l が 9 で割り切れる最大の回数）は $\left[\dfrac{m}{2}\right]$ となる．また，$n! = 3^m N$ と表したときの m は，$m = \displaystyle\sum_{i=1}^{\infty}\left[\dfrac{n}{3^i}\right]$ で求められる．

(1) $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{8}{3^i}\right] = 2$ より $8! = 3^2 N$ と表されるので，$f(8) = \left[\dfrac{2}{2}\right] = \mathbf{1}.$

また

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{6789}{3^i}\right] &= 2263 + 754 + 251 + 83 + 27 + 9 + 3 + 1\\ &= 3391\end{aligned}$$

より $6789! = 3^{3391} N$ と表されるので，$f(6789) = \left[\dfrac{3391}{2}\right] = \mathbf{1695}.$

(2) $f(n) = k$ であるとき，$n! = 3^m N$ と表されるなら $k = \left[\dfrac{m}{2}\right]$ である．また，

$$\begin{aligned}m &= \sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{n}{3^i}\right]\\ &= \underline{\left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{3^2}\right] + \left[\frac{n}{3^3}\right] + \cdots}_{①}\\ &< \underline{\frac{n}{3} + \frac{n}{3^2} + \frac{n}{3^3} + \cdots}_{②}\\ &= \frac{\frac{n}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{n}{2}\end{aligned}$$

が成り立つ．（なお ① < ② の根拠は，実数 x に対して $[x] \leqq x$ が成り立つことと，① は自然数の項以外はすべて 0 であるのに対して ② は 1 未満の正の項を必ず含むことによる）

よって，

$$k = \left[\frac{m}{2}\right] \leqq \frac{m}{2} < \frac{n}{4}$$

であるから，$4k < n$ が成り立つ． （証明終）

(3) (2) から，$4000 < n$ が必要である．また，p を自然数として

$$\left[\frac{3p}{3}\right] = \left[\frac{3p+1}{3}\right] = \left[\frac{3p+2}{3}\right] = p$$

であることから，

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{3p}{3^i}\right] = \sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{3p+1}{3^i}\right] = \sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{3p+2}{3^i}\right]$$

であることに注意しておく．$f(n)=1000$ のとき，$m=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{n}{3^i}\right]$ に対して，$\left[\frac{m}{2}\right]=1000$ つまり $m=2000$ または 2001 である．

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4001}{3^i}\right]=1333+444+148+49+16+5+1=1996$$
$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4002}{3^i}\right]=1334+444+148+49+16+5+1=1997\left(=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4003}{3^i}\right]=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4004}{3^i}\right]\right)$$
$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4005}{3^i}\right]=1335+445+148+49+16+5+1=1999\left(=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4006}{3^i}\right]=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4007}{3^i}\right]\right)$$
$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{4008}{3^i}\right]=1336+445+148+49+16+5+1=2000$$

であるから，$f(n)=1000$ を満たす最小の n は $\boldsymbol{n=4008}$ である．

講評

〔1〕［図形と方程式，数学Ⅲの微積分］（やや易）

誘導にしたがって進めていけばよいので難しくない．最後の積分計算も標準的なものであり，これは完答しておきたい．

〔2〕［数学Ⅲの微積分］（やや難）

動ける部分は多いが計算が煩雑な部分もあり，思ったほど点数が伸びなかった受験生も多かったかもしれない．落ち着いて処理していく能力が求められる．

〔3〕［複素数平面］（難）

(1) は普段使っている有名事実ではあるが，証明しなければならなかったので苦戦したかもしれない．(2) では複素数における累乗根の深い理解が試される出題だった．

〔4〕［確率］（やや難）

確率漸化式の問題であった．＜規則＞は難しくないのだが，適切な漸化式を導くことが難しい．

〔5〕［整数］（難）

9 進数の問題であるが，問題を適切に言い換えることが出来なければほぼ手も足も出なかっただろう．計算量もそこそこあり，完答は難しい．

例年に比べると証明問題の割合が減ったが，昨年度より難化したと言えるだろう．〔1〕，〔2〕でできるだけ得点しておきたい．〔3〕～〔5〕はどれも完答が難しい．目標は 45%．

解説動画配信中！

大問 1

https://youtu.be/9phbxptnjr4

大問 3

https://youtu.be/hX7lIMWWPu0

大問 4

https://youtu.be/McwTbwpK8yA

大問 5

https://youtu.be/Ch7oCwleW0c