医学部進学予備校 メビオ × 医学部専門予備校 YMS × 医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

東海大学医学部（2日目） 数学

2026年 2月 3日実施

1

(1) 曲線 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 次のデータ

$$x_1,\ x_2,\ 4,\ 3,\ 7,\ 4,\ 4,\ 3$$

について，平均値が 4 であり，分散が 3 であるとき，x_1 と x_2 の値は $x_1 = \boxed{\text{イ}}$，$x_2 = \boxed{\text{ウ}}$ である．ただし，$\boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする．

(3) 方程式 $\log_2(x-4) = \log_4 x + \log_4(-x+10)$ の解は $x = \boxed{\text{エ}}$ である．

(4) 座標空間内の異なる 4 点 A(1, 2, 3)，B(2, 1, 3)，C(3, 2, 1)，D(x, y, z) が同一平面上にあるとする．$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = |\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{CB}}| = |\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$ であるとき，x, y, z の値は，$x = \boxed{\text{オ}}$，$y = \boxed{\text{カ}}$，$z = \boxed{\text{キ}}$ であり，四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(5) 円に内接する四角形 ABCD において，$\mathrm{AB} = 1$，$\mathrm{BC} = \sqrt{2}$，$\mathrm{CD} = \sqrt{2}$，$\mathrm{DA} = \sqrt{3}$，$\mathrm{BD} = 2$ を満たすとする．このとき，$\angle\mathrm{BAD} = \boxed{\text{ケ}}^\circ$ であり，線分 AC の長さと三角形 ABC の内接円の半径 r はそれぞれ

$$\mathrm{AC} = \boxed{\text{コ}}\sqrt{2} + \boxed{\text{サ}}\sqrt{6}$$

$$r = -1 + \boxed{\text{シ}}\sqrt{2} + \boxed{\text{ス}}\sqrt{3} + \boxed{\text{セ}}\sqrt{6}$$

である．ただし，$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{セ}}$ には有理数が入る．

解答

ア．$\dfrac{71}{6}$　イ．1　ウ．6　エ．8　オ．1　カ．3　キ．2　ク．$2\sqrt{3}$　ケ．90　コ．$\dfrac{1}{2}$　サ．$\dfrac{1}{2}$　シ．$\dfrac{3}{4}$　ス．$\dfrac{1}{2}$　セ．$\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

解説

(1) 曲線 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ と x 軸の交点は，$x(x+3)(x-1) = 0$ より $x = -3,\ 0,\ 1$ である．$-3 \leqq x \leqq 0$ のとき $y \geqq 0$ で，$0 \leqq x \leqq 1$ のとき $y \leqq 0$ なので，求める面積の和 S は，

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{0}(x^3+2x^2-3x)dx - \int_{0}^{1}(x^3+2x^2-3x)dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right]_{-3}^{0} - \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right]_{0}^{1} \\ &= \frac{45}{4} + \frac{7}{12} = \mathbf{\frac{71}{6}} \end{aligned}$$

(2)　8 個のデータをまとめると，次の表のようになる．

									平均値
x	x_1	x_2	3	3	4	4	4	7	4
$x-\overline{x}$	x_1-4	x_2-4	-1	-1	0	0	0	3	0
$(x-\overline{x})^2$	$(x_1-4)^2$	$(x_2-4)^2$	1	1	0	0	0	9	3

データの平均について，

$$\frac{1}{8}(x_1+x_2+25)=4 \iff x_1+x_2=7\cdots①$$

データの分散について，

$$\frac{1}{8}\{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+11\}=3 \iff (x_1-4)^2+(x_2-4)^2=13\cdots②$$

①, ② を連立して解く．$x_1<x_2$ より $x_1=\mathbf{1}$，$x_2=\mathbf{6}$ である．

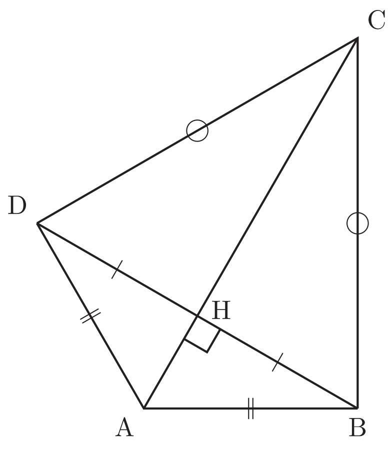
(3)　真数の条件より $4<x<10$ が得られる．この条件のもとで，底を 2 にそろえると

$$\begin{aligned}
&\log_2(x-4)=\frac{1}{2}\log_2 x+\frac{1}{2}\log_2(-x+10)\\
\iff &2\log_2(x-4)=\log_2(-x^2+10x)\\
\iff &(x-4)^2=-x^2+10x\\
\iff &x^2-9x+8=0
\end{aligned}$$

これより $x=1,\ 8$ となり，条件を満たす x は $x=\mathbf{8}$ である．

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(1,\ -1,\ 0)$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(2,\ 0,\ -2)$ である．

D は平面 ABC 上にあり，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$ かつ $|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$ を満たすので，D は直線 AC に関して B と対称な点である．B から直線 AC に下ろした垂線の足を H とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=k\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(2k,\ 0,\ -2k)$ と表せるので，$\overrightarrow{\mathrm{BH}}=\overrightarrow{\mathrm{AH}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(2k-1,\ 1,\ -2k)$．$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{BH}}$ であるので，



$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BH}}=2(2k-1)+0-2(-2k)=8k-2=0 \iff k=\frac{1}{4}$$

したがって，$\overrightarrow{\mathrm{BH}}=\left(-\frac{1}{2},\ 1,\ -\frac{1}{2}\right)$ であるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+2\overrightarrow{\mathrm{BH}}=(2,\ 1,\ 3)+(-1,\ 2,\ -1)=(1,\ 3,\ 2)$$

したがって，$x=\mathbf{1}$, $y=\mathbf{3}$, $z=\mathbf{2}$ である．

また，四角形 ABCD の面積は三角形 ABC の 2 倍であるので，

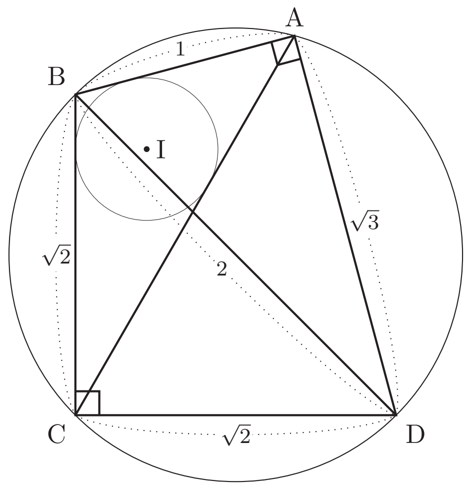
$$2\times\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}})^2}=\sqrt{2\cdot 8-2^2}=\mathbf{2\sqrt{3}}$$

別解

実は三角形 ABC は辺長の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形で，三角形 BCD は正三角形であるので，AH : HC = 1 : 3 はすぐにわかる．(以下略)

また，面積も $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}\times 2=\mathbf{2\sqrt{3}}$ である．

(5) 条件より三角形 ABD は辺長の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形であるので，$\angle\mathrm{BAD} = \mathbf{90}^\circ$ である．
トレミーの定理より



$$\mathrm{AC}\cdot 2 = 1\cdot\sqrt{2} + \sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$$

が成り立つので，$\mathrm{AC} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\sqrt{2} + \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\sqrt{6}$ である．ここで $\mathrm{BC} = \mathrm{CD}$ であるから，円周角の定理より

$$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{DAC} = 45^\circ$$

とわかる．よって三角形 ABC の面積は

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin 45^\circ\\ =&\ \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\\ =&\ \frac{\sqrt{3}+1}{4}\end{aligned}$$

である．したがって，

$$\frac{\sqrt{3}+1}{4} = \frac{1}{2}r\left(1+\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)$$

$$\iff r = \frac{\sqrt{3}+1}{2+\sqrt{6}+3\sqrt{2}} = -1 + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\sqrt{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\sqrt{3} + \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)\sqrt{6}$$

別解

三角形 ABC の面積については，$\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{2}\sin 105^\circ = \dfrac{\sqrt{3}+1}{4}$ としてもよい．

2 1辺の長さが1の正方形 ABCD を考える．P，Q，R をそれぞれ辺 AB，BC，CD 上にある点とする．さらに，P と B は異なる点で，Q と B は異なる点であるとする．三角形 PBQ の面積が $\dfrac{1}{3}$ であり，四角形 PBQR の面積が $\dfrac{2}{3}$ であるとする．線分 BP，BQ，CR の長さをそれぞれ x，y，z とする．このとき $\dfrac{z}{y}$ の最大値と最小値を求めたい．

(1) 三角形 PBQ の面積を x と y を用いて表すと，$\boxed{\text{ア}}$ である．よって，三角形 PBQ の面積が $\dfrac{1}{3}$ であるので，

$$\boxed{\text{ア}} = \frac{1}{3} \quad \cdots\cdots ①$$

が成り立つ．

(2) ① より，y を x を用いて表すと，$y = \boxed{\text{イ}}$ である．Q は辺 BC 上の点より $y \leqq 1$ であるから，x の不等式 $\boxed{\text{イ}} \leqq 1$ が成り立つ．よって，x のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ウ}} \leqq x \leqq 1$ である．

(3) 四角形 PBQR の面積を x，y，z を用いて表すと，$\boxed{\text{エ}}$ である．ただし $\boxed{\text{エ}}$ には x，y，z に関する多項式が入る．よって，四角形 PBQR の面積が $\dfrac{2}{3}$ であるので，

$$\boxed{\text{エ}} = \frac{2}{3} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つ．

(4) ① と ② より，$\dfrac{z}{y}$ を x を用いて表すと，

$$\frac{z}{y} = \boxed{\text{オ}}\,x^3 + \boxed{\text{カ}}\,x^2$$

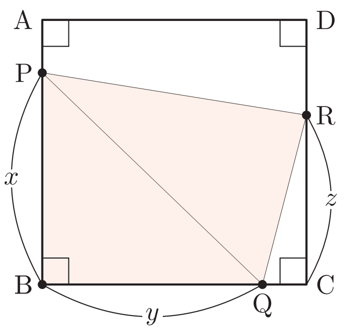
である．ただし，$\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ には実数が入る．

(5) $\dfrac{z}{y}$ は $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとり，$x = \boxed{\text{ケ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{コ}}$ をとる．

解答

ア．$\dfrac{1}{2}xy$　イ．$\dfrac{2}{3x}$　ウ．$\dfrac{2}{3}$　エ．$\dfrac{x+yz}{2}$　オ．$-\dfrac{9}{4}$　カ．3　キ．$\dfrac{8}{9}$　ク．$\dfrac{64}{81}$　ケ．$\dfrac{2}{3}$　コ．$\dfrac{2}{3}$

解説



(1) 三角形 PBQ の面積を x と y を用いて表すと，$\dfrac{1}{2}\mathrm{BP}\cdot\mathrm{BQ} = \boldsymbol{\dfrac{1}{2}xy}$ である．よって，三角形 PBQ の面積が $\dfrac{1}{3}$ であるので，

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{3} \cdots ①$$

が成り立つ．

(2) $x \fallingdotseq 0$ であるので，① より $y = \boldsymbol{\dfrac{2}{3x}}$ である．$y \leqq 1$ であるから，$\dfrac{2}{3x} \leqq 1$ が成り立つ．これを解いて，$\boldsymbol{\dfrac{2}{3}} \leqq x \leqq 1$ を得る．

(3)　四角形 PBQR の面積は，台形 PBCR の面積から三角形 QCR の面積を引けばよいので，x，y，z を用いて表すと

$$\frac{1}{2}\cdot \mathrm{BC}\cdot(\mathrm{PB}+\mathrm{CR})-\frac{1}{2}\cdot \mathrm{CQ}\cdot \mathrm{CR}=\frac{x+z}{2}-\frac{(1-y)z}{2}=\boldsymbol{\frac{x+yz}{2}}$$

である．よって，四角形 PBQR の面積が $\frac{2}{3}$ であるので，

$$\frac{x+yz}{2}=\frac{2}{3}\cdots②$$

が成り立つ．

(4)　② より $yz=-x+\frac{4}{3}$ が成り立つ．この両辺を y^2 で割ると

$$\begin{aligned}\frac{z}{y}&=\left(-x+\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{1}{y^2}\\&=\left(-x+\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}x\right)^2 \qquad \left(\because\ \frac{1}{y}=\frac{3}{2}x\right)\\&=\boldsymbol{-\frac{9}{4}}x^3+\boldsymbol{3}x^2\end{aligned}$$

である．

(5)　$\frac{z}{y}=f(x)$ とすると，

$$f'(x)=-\frac{27}{4}x^2+6x=-\frac{3}{4}x(9x-8)$$

となり，増減は右のようになる．

x	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	$\frac{8}{9}$	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$\frac{64}{81}$	$\searrow$	$\frac{3}{4}$

よって $\frac{z}{y}$ は $x=\boldsymbol{\frac{8}{9}}$ のとき最大値 $\boldsymbol{\frac{64}{81}}$ をとり，$x=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$ のとき最小値 $\boldsymbol{\frac{2}{3}}$ をとる．

3 A，B，C，D の 4 人が縦 1 列に並んでいる．1 個のさいころを投げるたびに，以下の操作を 1 回行う．ただし，さいころの各目が出る確率は同様に確からしいとする．

- 1 の目が出たら，先頭の人は前から 2 番目の人と 3 番目の人の間に移動する．
- 2 か 3 の目が出たら，先頭の人は前から 3 番目の人と 4 番目の人の間に移動する．
- 4 か 5 か 6 の目が出たら，先頭の人は列の一番後ろに移動する．

例えば，A を先頭に A，B，C，D の順で 1 列に並んでいるとき，1 個のさいころを投げて，2 の目が出たら，B を先頭に B，C，A，D の順で 1 列に並ぶ．

最初は A を先頭に A，B，C，D の順で 1 列に並んでいるとする．A が一度移動をして，A が再び先頭に並んだら，それ以上さいころを投げずに操作を終了する．n を自然数とする．このとき，1 個のさいころを途中で操作を終了することなく，n 回投げ終わって 1 列に並んだ後に，A が列の 2 番目に並んでいる確率を p_n，A が列の 3 番目に並んでいる確率を q_n，A が列の 4 番目に並んでいる確率を r_n とする．すると $p_1 = \dfrac{1}{6}$，$q_1 = \dfrac{1}{3}$ である．以下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{セ}}$ には実数が入る．

(1) 1 個のさいころを 2 回投げ終わって 1 列に並んだ後に，A が再び先頭に並び操作が終了する確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) $p_2 = \boxed{\text{イ}}$，$q_2 = \boxed{\text{ウ}}$ である．

(3) $r_n = (\boxed{\text{エ}})^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ である．

(4) q_{n+1} を q_n と r_n を用いて表すと，

$$q_{n+1} = \boxed{\text{オ}}\,q_n + \boxed{\text{カ}}\,r_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である．

(5) $a_n = \dfrac{q_n}{(\boxed{\text{エ}})^n}$ $(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots\cdots)$ とおき，数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めると

$$a_n = \boxed{\text{キ}}\,(\boxed{\text{ク}})^n + \boxed{\text{ケ}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である．

(6) p_{n+1} を q_n を用いて表すと

$$p_{n+1} = \boxed{\text{コ}}\,q_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である．

(7) n を 3 以上の自然数とする．1 個のさいころを n 回投げ終わって 1 列に並んだ後に，A が再び先頭に並び操作が終了する確率は

$$\boxed{\text{サ}}\,(\boxed{\text{シ}})^n + \boxed{\text{ス}}\,(\boxed{\text{セ}})^n \quad (n = 3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots)$$

である．ただし，$\boxed{\text{シ}} < \boxed{\text{セ}}$ とする．

解答

ア．$\dfrac{1}{6}$　イ．$\dfrac{5}{18}$　ウ．$\dfrac{11}{36}$　エ．$\dfrac{1}{2}$　オ．$\dfrac{1}{6}$　カ．$\dfrac{1}{2}$　キ．$-\dfrac{5}{2}$　ク．$\dfrac{1}{3}$　ケ．$\dfrac{3}{2}$　コ．$\dfrac{5}{6}$　サ．-75　シ．$\dfrac{1}{6}$　ス．5　セ．$\dfrac{1}{2}$

解説

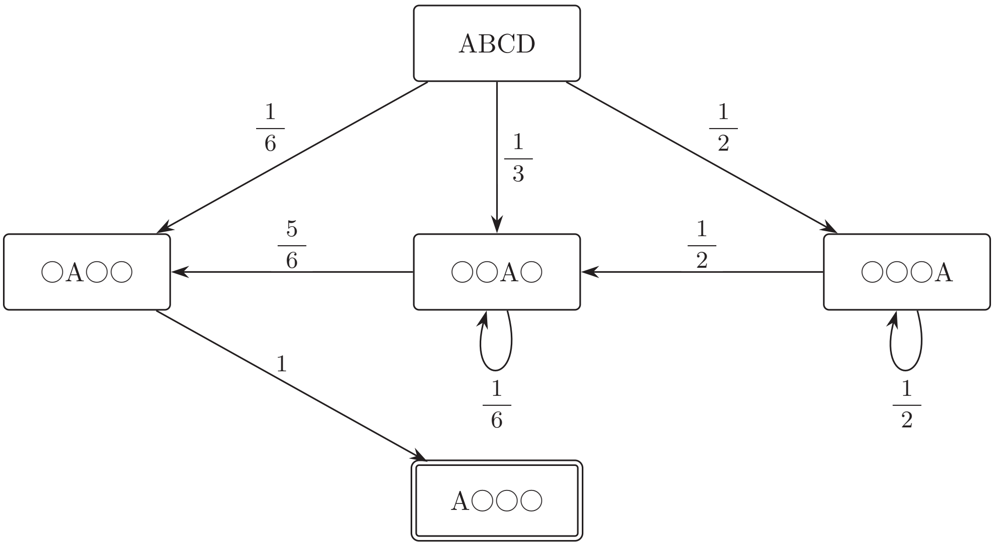
まず，1 回目のさいころを投げたとき，

- 1 の目が出たら A は列の 2 番目に移動
- 2〜3 の目が出たら A は列の 3 番目に移動
- 4〜6 の目が出たら A は列の 4 番目に移動

となる．続いて，2 回目以降のさいころを投げるとき，

- A が列の 2 番目に並んでいるとき，次にさいころを投げて操作を行えば必ず A は列の先頭に移動
- A が列の 3 番目に並んでいるとき，次に 1 の目が出たら A は列の 3 番目のままであり，2〜6 の目が出たら A は列の 2 番目に移動
- A が列の 4 番目に並んでいるとき，次に 1〜3 の目が出たら A は列の 4 番目のままであり，4〜6 の目が出たら A は列の 3 番目に移動

となる．これを状態遷移図にすると，以下の通りになる．



(1) 「ABCD」→「○ A○○」→「A○○○」となる場合のみなので，$\boldsymbol{\frac{1}{6}}$ である．

(2) 状態遷移図より

$$p_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \boldsymbol{\frac{5}{18}}, \quad q_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \boldsymbol{\frac{11}{36}}$$

である．

(3) 状態遷移図より

$$r_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \boldsymbol{\left(\frac{1}{2}\right)^{n}}$$

である．

(4) 状態遷移図より

$$q_{n+1} = \boldsymbol{\frac{1}{6}q_n + \frac{1}{2}r_n}$$

である．

(5) 前問までより

$$q_{n+1} = \frac{1}{6}p_n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

となる．この両辺に 2^{n+1} をかけると，

$$2^{n+1}q_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot 2^n q_n + 1$$

となるので，$a_n = \dfrac{q_n}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^n} = 2^n q_n$ とおくと，

$$a_{n+1} = \boldsymbol{\frac{1}{3}a_n + 1}$$

である．これは

$$a_{n+1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{3}\left(a_n - \frac{3}{2}\right)$$

と変形できるので，

$$\begin{aligned} a_n - \frac{3}{2} &= \left(a_1 - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \\ &= -\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n \end{aligned}$$

より，$a_n = \boldsymbol{-\dfrac{5}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{3}{2}}$ となる．

(6)　状態遷移図より，$p_{n+1} = \boldsymbol{\dfrac{5}{6}}q_n$ である．

(7)　n 回の操作後に終了状態になるのは，$n-2$ 回目の操作後に「○○A○」，$n-1$ 回目の操作後に「○A○○」となるときである．ここで，

$$q_n = \frac{a_n}{2^n} = -\frac{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

であるから，

$$\begin{aligned} p_n &= \frac{5}{6}q_{n-2} \\ &= \frac{5}{6}\left\{-\frac{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2} + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right\} \\ &= \boldsymbol{-75\left(\frac{1}{6}\right)^n + 5\left(\frac{1}{2}\right)^n} \quad (n = 3,\ 4,\ \cdots) \end{aligned}$$

である．

予想配点

$\boxed{1}$ 35 点　(1) 5　(2) 5　(3) 5　(4) 5＋5（オカキで 5 点）　(5) 5＋5（ケコサで 5 点）

$\boxed{2}$ 30 点　(1) 5　(2) 5（イウで 5 点）　(3) 5　(4) 5　(5) 5＋5（キクで 5 点，ケコで 5 点）

$\boxed{3}$ 35 点　(1) 5　(2) 5（イウで 5 点）　(3) 5　(4) 5　(5) 5　(6) 5　(7) 5

講評

$\boxed{1}$［小問集合］((1) やや易 (2) やや易 (3) 易 (4) 標準 (5) 標準)

(4) は図形的な考察ができるかどうかが重要になる．他の設問は難しくはないのだが，全体的に計算量が多い．

$\boxed{2}$［数学 II の微積分］（標準）

正方形の辺上に頂点をもつ三角形や四角形の面積が一定のときに，辺長の比の最大値と最小値について考える問題．素直に誘導に乗って解き進めればよい．(4) が乗り切れるかどうかが鍵だろう．

$\boxed{3}$［数列］（やや難）

一列に並んだ A, B, C, D の 4 人について，さいころの目に従ってその順序を入れ替えていくときの確率を考える問題であった．状況の変化をしっかり理解して漸化式を立てていくことになるが，かなり慎重に考える必要がある．

本年度の 1 日目（2/2）と比較すると，作業量や難易度の点でやや得点しにくいセットになっている．$\boxed{1}$の (4) 以外と$\boxed{2}$は完答に近いところまで仕上げたいが，$\boxed{3}$ は題意と状況の変化を丁寧に読み解く必要があり，苦戦した受験生が多いだろう．目標は 70%．

解答・講評作成 医学部進学予備校メビオ